Simulasi Pergerakan Harga Saham Menggunakan Model Brownian Motion

Wahyuni Ekasasmita[1)], Nurul Fuady Adhalia H[1)], Armin Lawi[1,2)]
[1] Program Studi Matematika, Institut Teknologi B.J. Habibie, Parepare
[2] Program Studi Sistem Informasi, Universitas Hasanuddin, Makassar 98
wahyuni.ekasasmita@ith.ac.id, nurulfuady@ith.ac.id, armin@ith.ac.id, armin@unhas.ac.id

Abstrak

Teori gerak acak atau yang lebih dikenal dengan sebutan *random walk*, merupakan sebuah teori dalam probabilitas yang menyatakan bahwa pergerakan sebuah partikel bersifat acak (*random*). Teori ini menyatakan bahwa perubahan harga saham memiliki distribusi yang sama dan tidak bergantung satu sama lain. Hal ini mengartikan bahwa peluang harga saham meningkat sama besarnya dengan peluang harga saham tersebut menurun. Asumsi ini menghasilkan suatu sifat, yakni sifat simetrik pada *random* walk. *Random walk* yang simetrik merupakan *random walk* yang mempunyai peluang yang sama untuk dua nilai yang berbeda. Brownian motion dapat dibentuk dari sebuah *random walk* yang simetris, yaitu dengan mencari nilai limit dari distribusi *random walk* tersebut. *Random walk* dan Brownian motion dapat dipakai untuk memodelkan pergerakan harga saham. Model pergerakan harga saham dengan kedua teori tersebut dapat memberikan gambaran yang mendekati kenyataannya. Penelitian ini membahas tentang simulasi pergerakan harga saham dengan menggunakan model *Brownian motion*. Simulasi dilakukan dengan menggunakan perangkat Python. Simulasi yang dilakukan dengan mengambil jumlah simulasi sebanyak 50 dengan jumlah titik waktu n = 10. Berdasarkan simulasi yang telah dilakukan diperoleh setiap titik akhir atau terminal dari setiap jalur memiliki sejumlah jalur pergerakan ke atas dan ke bawah. Hal ini menunjukkan bahwa pergerakan saham bergerak secara acak pada selang waktu tertentu. Dengan kata lain, *Brownian motion* akan cenderung lebih baik dalam simulasi pergerakan harga saham karena nilai pendekatan yang diberikan lebih mendekati nilai sebenarnya.

Keywords: *Brownian motion, Random Walk, Python, Saham.*

I. PENDAHULUAN

Saham merupakan salah satu instrument yang memiliki resiko tinggi disebabkan karena pergerakan harganya yang fluktuatif dan cepat. Pergerakan saham pun dipengaruhi oleh beberapa factor dalam dari perusahaan seperti laporan keuangan perusahaan, kinerja perusahaanm estimasi bisnis yang akan dating, kondisi ekonomi dan lainnyan. Ini yang menyebabkan harga saham menjadi fluktuatif secara random. Salah satu investasi yang dapat menjadi pilihan adalah investasi saham. Saham merupakan surat berharga sebagai bukti tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan hukum atas suatu perusahaan, khususnya perusahaan yang memperdagangkan sahamnya [1].

Harga opsi dapat diturunkan dari hanya menentukan distribusi risiko-netral harga saham, tanpa harus menjelaskan proses yang mendasari aset berikut. Sebagai hasilnya, kelempok distribusi parametrik yang lebih fleksibel daripada log-normal dapat digunakan untuk model saham yang mendasarinya. Misalnya, Bookstaber dan McDonald menetapkan harga opsi Eropa di bawah distribusi beta umum [2]. Knight dan Satchell [3] selangkah lebih jauh, dan memberikan formula penetapan harga opsi perkiraan berdasarkan ekspansi Gram-Charlier untuk skewness dan kurtosis sebarang, menghilangkan kebutuhan untuk menentukan distribusi lengkap. Sebelumnya juga telah dilakukan gabungan dari dua pendekatan harga dasar umum ditentukan yaitu: konsisten dengan seluruh kelompok distribusi.

Proses stokastik yang belum dipertimbangkan dalam penetapan harga asset derivative adalah skew Brownian motion. Gerakan Skew Brownian motion pertama kali diusulkan oleh Ito dan McKean [4]. Brownian motion skew merupakan proses pergerakan yang diindekskan parameternya $\alpha \in [0,1]$, sehingga setiap pergerakan dari nol lebih mungkin positif jika $\alpha \geq \frac{1}{2}$, dan lebih cenderung negative jika $\alpha < \frac{1}{2}$. Mirip dengan Brownian motion fraksional dalam arti bahwa, jika parameter Hurst sama dengan $\frac{1}{2}$, Brownian motion standar diperoleh Kembali, hal yang sama berlaku untuk Brownian motion skew, ketika $\alpha = \frac{1}{2}$ Brownian motion diperoleh. Besaran α adalah probabilitas setiap pergerakan dari nol sebagai cerminan Brownian motion yang dipantulkan menjadi positif dan akibatnya $1 - \alpha$ adalah probabilitas pergerakannya menjadi negatif.

Harga saham sering mengalami perubahan yang sulit diprediksi di setiap waktu, sehingga berakibat pada tidak pastinya nilai return saham. Pembentukan harga saham dipengaruhi oleh informasi tentang keadaan ekonomi global. Harga saham diasumsikan dapat berubah menjadi lebih tinggi (naik) atau rendah (turun) dari harga sebelumnya. Model matematis dapat diterapkan untuk memodelkan pergerakan harga saham agar investor memiliki pengetahuan unutk mempresiksi harga saham di masa mendatang. Brownian motion dapat dibentuk dari sebuah random walk yang simetris, yaitu dengan mencari nilai limit dari distribusi random walk tersebut [5]. Brownian motion dapat dibentuk dari sebuah Random Walk yang simetris, yaitu dengan mencari nilai limit dari distribusi Random Walk tersebut. Brownian motion pertama kali ditemukan oleh Robert Brown. Brownian motion merupakan suatu kejadian khusus dari random walk. Brownian motion dapat dibentuk dari sebuah random walk yang simetrik. Kesuksesan dalam memprediksi harga saham sangat memperngaruhi nilai return yang akan didapatkan. Pada penelitian ini akan ditunjukkan hasil simulasi dari pergerakan harga saham menggunakan Brownian motion dengan Python.

II. KAJIAN LITERATUR

A. Probabilitas

Ukuran mengenai kemungkinan peristiwa terjadi di masa mendatang dikenal dengan istilah probabilitas. Probabilitas dinyatakan dengan nilai antara 0 sampai 1 atau dalam bentuk persentase. Probabilitas yang bernilai 0 menandakan bahwa kejadian tersebut tidak mungkin terjadi. Di sisi lain, probabilitas bernilai 1 mengartikan bahwa kejadian tersebut pasti terjadi.

Probabilitas bermanfaat dalam pengambilan keputusan yang tepat karena kejadian tidak dapat dipastikan terjadi. Selain itu, setiap pengambilan keputusan jarang memiliki informasi yang lengkap sehingga kita perlu untuk mengetahui besarnya probabilitas suatu kejadian akan terjadi. Ruang sampel (Ω) adalah himpunan yang unsur-unsurnya menyatakan semua kemungkinan hasil suatu percobaan. Setiap unsur di ruang sampel disebut titik sampel. Kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampel Ω.

Definisi: Peluang suatu kejadian k adalah jumlah bobot semua titik sampel yang termasuk k, sehingga

$$0 \leq P(k) \leq 1, P(\emptyset) = 0, \text{dan } P(k) = 1 \tag{1}$$

Probabilitas suatu kejadian m terjadi dengan ketentuan bahwa kejadian k telah terjadi dinamakan probabilitas bersyarat. Probabilitas bersyarat dinotasikan sebagai $P(m|k)$. Hukum perkalian untuk probabilitas bersyarat di mana kejadian m terjadi dengan ketentuan kejadian k telah terjadi dinyatakan sebagai:

$$P(A\ dan\ B) = P(A) \times (B|A) \tag{2}$$

B. Distribusi Normal

Distribusi normal cukup popular dan telah banyak digunakan dalam memodelkan data. Bentuk kurva distribusi normal digambarkan menyerupai lonceng yang simetris. Suatu variabel random kontinu X dikatakan berdistribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2, apabila variabel itu mempunyai fungsi probabilitas yang berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \tag{3}$$

dengan $-\infty < X < \infty$, dan $\sigma > 0$

C. Brownian Motion

Brownian motion adalah proses stokastik $\{W_t\}_{t\in[0,T]}$ merupakan kumpulan dari variable random W_t dengan indeks t menyatakan waktu. Dengan ruang peluang $(\Omega, F, \text{P}, \{F_t\}_{t\in[0,T]})$

$$W: [0, T] \times \Omega \to R$$

Dengan sifat [5]:

1. $W_0 = 0$ dan ke naikannya bersifat kontinu
2. Pergerakan atau kenaikan W bersifat independent
   $$0 = k_0 < k_1 < k_2 < \cdots < k_m$$
   $$M_{k_1} = (M_{k_1} - M_{k_0}), (M_{k_2} - M_{k_1}), \ldots, (M_{k_m} - M_{k_{m-1}})$$
   $$E(M_{k_{i+1}} - M_{k_i}) = 0$$
   $$Var(M_{k_{i+1}} - M_{k_i}) = k_{i+1} - k_i$$
3. Pergerakan atau kenaikan yang terjadi pada interval waktu berdistribusi Gaussian (normal)
4. Jalur sampel W kontinu (hampir pasti).

Suatu proses stokastik W_t mengikuti Brownian motion jika memenuhi:

1. Perubahan W_t selama periode waktu t adalah ΔW_t maka hubungan ΔW_t dan Δt sebagai berikut:
   $$\Delta W_t = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$
   ε merupakan variable random yang berdistribusi normal baku dengan mean nol dan variansi satu. Berdasarkan pengertian tersebut, maka nilai mean dari Δt adalah nol, standar deviasi dari ΔW_t adalah $\sqrt{\Delta t}$, dan variansi dari ΔW_t adalah Δt. Untuk sebarang t, s dengan $t - s = \Delta t$ diperoleh $W_t - W_s$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $t - s$.
2. W_t pada interval $[0, T]$ mengalami kenaikan independent, yaitu jika diambil $\tau < s \leq t < u$ maka $W_u - W_t$ dan $W_s - W_\tau$ adalah variable stokastik bebas.
3. W_t kontinu dengan $t > 0$ merupakan fungsi kontinu dari t.

Perubahan yang kecil merupakan suatu limit yang mendekati nol, misalkan perubahan yang terjadi $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ merupakan limit, maka diperoleh $\frac{dy}{dx}$. Pada waktu kontinu, Brownian motion W_t merupakan suatu limit $\Delta t \to 0$, sehingga $\Delta W_t = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ menjadi $dW_t = \varepsilon\sqrt{dt}$. sehingga Brownian motion tersebut mempunyai nilai drift rate 0 dan variansi 1.

Fungsi densitas dari variable random yang berdistribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2 adalah persamaan (3).

Dengan mengacu pada fungsi densitas diatas maka pergerakan dari sebuah Brownian motion pada interval $[t, t+u]$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi sama dengan panjang interval. Fungsi distribusi dari pergerakan tersebut ditulis

$$P[B(t+u) - B(t) \leq a] = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{u}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{u}}\right)^2} dx \qquad (4)$$

D. Random Walk

Random walk adalah sebuah teori probabilitas yang menyatakan bahwa pergerakan sebuah data bersifat random. Data yang ada menunjukkan pergerakan yang tidak beraturan (random), dengan probabilitas untuk bergerak naik dan turun adalah sama. Misalkan $X_1, X_2, \cdots, X_n$ merupakan variabel random yang bernilai real dan $S(0) \in R$ sehingga:

$$S(n) = S(0) + \sum_{i=1}^{n} X_i$$

maka barisan variable random $\{S(n)\}_{n=0}^{\infty}$ disebut sebagai random walk dengan $S(0)$ merupakan keadaan awal (*initial state*). Jika distribusi dari random walk mempunyai $P[X_i = 1] = P[X_i = -1] = \frac{1}{2}$ maka random walk tersebut dikenal sebagai random walk yang simetrik.

E. Random Walk Simetris

Suatu percobaan sederhana dapat menggambarkan dengan jelas mengenai konsep dasar dari random walk, yaitu pelemparan sebuah mata uang dua sisi. Setiap perpindahan kearah kanan disebut positive direction dan perpindahan ke arah kiri disebut negative direction. Kejadian perpindahan sebagai sebuah random walk sederhana atau suatu sistem stokastik diskrit yang akan berkembang menjadi random walk.

Sifat simetri dari random walk akan digunakan untuk random walk yang tidak dibatasi

$$P\big(M(k)\big) = j|M(0) = 0) = P(M(n) = -j|M(0) = 0)$$

Dimisalkan sebuah lemparan berturut-turut sebagai $\omega = \omega_1, \omega_2, \omega_3 \ldots$, dimana ω_n adalah hasil dari lemparan ke-n.

$$X_j = \begin{cases} 1 & if\ \omega_j = H \\ -1 & if\ \omega_j = T \end{cases}$$

Jika ditentukan $M_0 = 0$,

$$M_k = \sum_{j=1}^{k} X_j \qquad (5)$$

X_j menyatakan sembarang jalur dari interval diskrit [0,j] dari $i \neq 0$ menuju j dan menjauhi 0, sedangkan M_k menyatakan probabilitas dari sebuah random walk yang berawal dari $M(0) = i$ dan melalui jalur j .

Setiap pergerakan dari random walk untuk bergerak ke kanan ataupun ke kiri adalah bebas dan tidak bergantung pada pergerakan sebelumnya, sehingga keadaan awal $M(0) = i$ dari random walk tersebut dapat dibentuk menjadi dua keadaan yaitu $M(-1) = i - 1$ dengan probabilitas 0.5 dan $M(1) = i + 1$ dengan probabilitas 0.5.

Brownian motion dapat dibentuk dari sebuah random walk, dnegan mencari limit dari distribusi random walk tersebut. Random walk yang simetris yaitu random walk yang mempunyai probabilitas yang sama untuk dua nilai yang berbeda. Suatu partikel yang bergerak di sepanjang interval waktu akan bergerak naik atau turun dengan probabilitas yang sama.

Pada bagian ini diperkenalkan Brownian. dengan ruang probabilitas (Ω, F, P), di mana F adalah aljabar pada Ω , dan P adalah ukuran probabilitas pada (Ω, F) .Misalkan $\{R_t, t \geq 0\}$ menjadi Brownian motion pada $[0, \infty]$. Dan dengan pertimbangkan kunjungan dari nol. Ubah tanda setiap pergerakan secara independen dengan probabilitas $1 - \alpha$., sehingga pergerakan yang diberikan adalah positif dengan probabilitas α dan negatif dengan probabilitas $1 - \alpha$. Sebagai kasus khusus, proses difusi ini mengandung Brownian motion standar (α = 1/2) dan mencerminkan gerakan Brown (α = 0 dan α = 1).

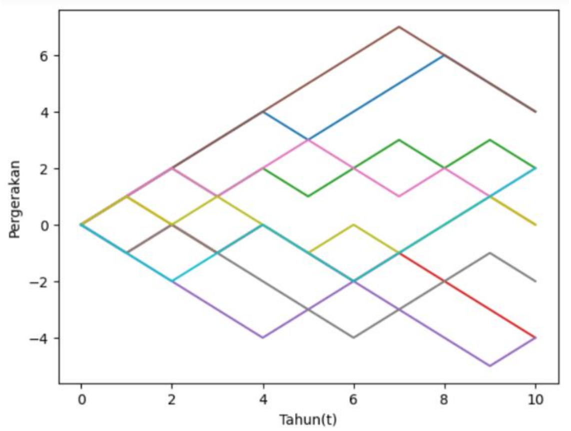
III. METODE PENELITIAN

Metode penelitian menggunakan studi literatur dan studi eksperimental melalui simulasi menggunakan Python. Langkah-langkah untuk melakukan simulasi pergerakan harga saham menggunakan model Brownian motion sebagai berikut:

1. Mensimulasikan nilai return saham dengan menggunakan persamaan berikut [8]:
$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$
Dengan R_t merupakan return saham, S_t adalah harga saham periode t, dan S_{t-1} adalah harga saham periode $t - 1$.
2. Melakukan variasi kuadrat, jalur demi jalur yang dihitung, satu kenaikan pada satu waktu.
$$[M, M]_k = \sum_{j=1}^{k} (M_j - M_{j-1})^2 = k$$
3. Pemodelan pergerakan harga saham mengikuti model Brownian motion dengan mencari nilai ekspektasi.
4. Melakukan simulasi pergerakan harga saham dengan *Brownian motion*. Memperkirakan Gerakan *Brownian motion*, kita dapat mempercepat waktu dan memperkecil ukuran Langkah.
$$W^{(n)}(t) = \frac{1}{\sqrt{n}} M_{nt}$$
Dengan bertambahnya n, distribusi binomial konvergen ke distribusi normal dengan variansi t.

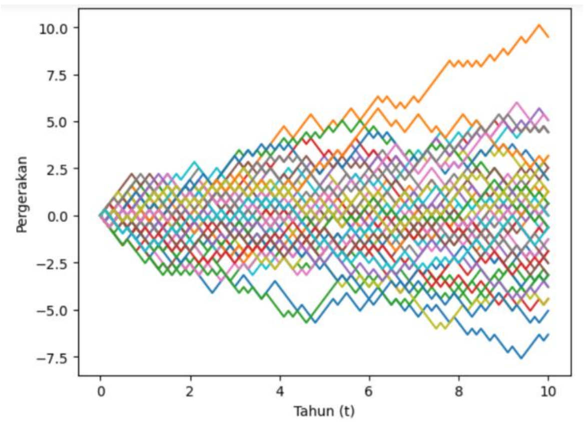
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari hasil simulasi pergerakan harga saham diperoleh grafik random walk simetris dengan jumlah simulasi 50 dan waktu 10 tahun sebagaimana disajikan pada Gambar 1. Gambar 1 menunjukkan bahwa setiap posisi harga saham dihubungkan satu dengan yang lainnya. Terdapat sejumlah jalur berbeda yang dapat dilewati oleh harga saham tersebut. Jika diambil titik waktu sejumlah $n = 10$ maka terlihat pada gambar bahwa untuk setiap titik akhir atau terminal dari setiap jalur memiliki sejumlah jalur pergerakan ke atas dan ke bawah. Pergerakan saham bergerak secara acak pada selang waktu tertentu, sehingga data tersebut merupakan sebuah proses stokastik dengan ruang keadaan kontinu.



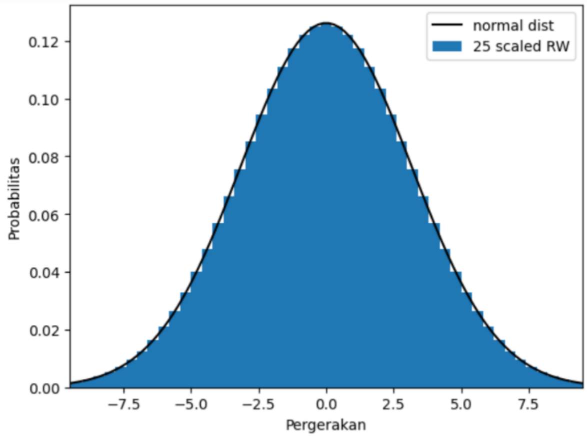
Gambar 1. Random walk pergerakan saham

Untuk memperkirakan Brownian motion, dapat dipercepat waktu simulasi dan memperkecil ukuran langkah dengan skala random walk simetris. Gambar 2 berikut disajikan grafik pergerakan harga saham. Berdasarkan Gambar 2 diperoleh bahwa grafik random walk simetris dengan jumlah simulasi 50 dalam waktu 10 tahun.

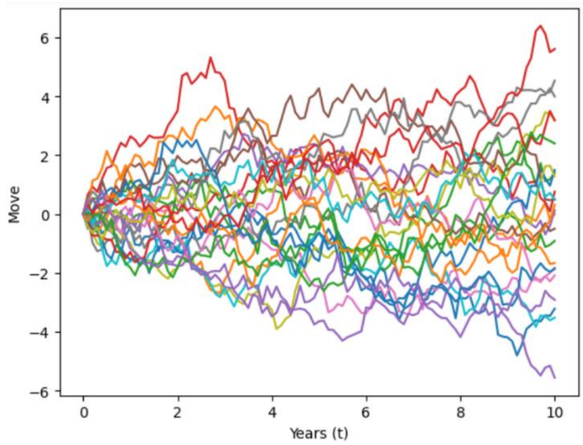


Gambar 2. Random walk simetris

Pada Gambar 2. menunjukkan pergerakan yang fluktuatif dengan besaran perubahan yang acak setiap harinya, sehingga untuk dapat dimodelkan ke dalam model *Brownian motion.*



Gambar 3 di atas menunjukkan bahwa gambar histogram berdistribusi normal karena sebagian besar histogram mengikuti kurva normal.



Gambar 4. Pergerakan harga saham dengan model Brownian motion

Dengan bertambahnya n, distribusi binomial konvergen ke distribusi normal dengan varians t.

V. KESIMPULAN

Brownian motion merupakan unsur yang cukup penting dalam model harga saham dimana dapat dibentuk dengan menggunakan random walk yang simetrik yaitu dengan mencari limit dari distribusi random walk yang simetris. Hasil simulasi yang telah dilakukan dengan jumlah simulasi 50 dalam waktu 10 tahun, dengan bertambahnya n distribusi binomial konvergen ke distribusi normal dengan varians t. menunjukkan bahwa *Brownian motion* akan cenderung lebih baik dalam simulasi pergerakan harga saham karena nilai pendekatan yang diberikan lebih mendekati nilai sebenarnya

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih kepada Institut Teknologi B.J. Habibie yang memberi dukungan dalam pelaksanaan kegiatan penelitian.

REFERENSI

[1] N. Hadi, "Pasar modal: Acuan Teoritis dan Praktis Investasi di Instrumen Keuangan Pasar Modal", Edisi Pertama, Graha Ilmu, 2017.

[2] B.J. McDonald. "Probability distributions for financial models", in: G. S. Maddala and C. R. Rao (Eds) Statistical Methods in Finance, Vol. 14 of Handbook of Statistics, pp. 427–461 (Amsterdam: Elsevier), (1996)

[3] Knight, J. L. and Satchell, S. E. "Pricing derivatives written on assets with arbitrary skewness and kurtosis", in: J. L. Knight and S. E. Satchell (Eds) Return Distributions in Finance, pp. 252–275, 2001.

[4] Itô, K. and McKean, H. P. "Diffusion Processes and Their Sample Paths" New York: Springer. 1965.

[5] D. M. Putri, L. H. Hasibuan "Penerapan Brownian motion Geometrik pada Data Saham PT. ANTM", MAP *(Mathematics and Application) Journal*, 2(2), 1-10, 2017.