

# ANALISIS PERPINDAHAN BAHAN DUA DIMENSI AKIBAT GAYA LUAR PADA PLAT BERLUBANG DENGAN METODE ELEMEN HINGGA

Dermawan<sup>1)</sup>

**Abstrak:** Metode elemen hingga adalah suatu metode analisis permasalahan rumit dan tidak beraturan yang dibagi-bagi dalam bentuk elemen-elemen yang lebih kecil yang disebut elemen hingga. Metode ini dapat dilakukan untuk menganalisis struktur yang diselesaikan dengan Bahasa Fortran. Penerapan metode elemen hingga dengan Fortran pada pelat dua dimensi berbentuk lingkaran yang ditumpuh di dua sisi dengan gaya luar, Modulus elastisitas, koefisien poisson dan tebal pelat yang diketahui, dapat menghasilkan nilai perpindahan pada arah x dan y. Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan perpindahan yang terjadi pada struktur pelat dua dimensi. Hasil yang dicapai yaitu sebuah paket program sederhana aplikasi struktur untuk menghitung perpindahan pada pelat dua dimensi. Dari hasil eksekusi program diperoleh perpindahan maksimum terjadi pada titik nodal 59 arah sumbu x sebesar  $8.3927 \text{ E-3}$  cm dan sumbu Y sebesar  $-1.77 \text{ E-3}$ .

**Kata Kunci:** Metode elemen hingga, perpindahan, titik nodal.

## I. PENDAHULUAN

Dalam menganalisa kekuatan suatu struktur, Metode elemen hingga menjadi sangat menguntungkan karena dapat menganalisis hingga ke bentuk-bentuk dan pembebanan yang tidak beraturan serta elemen yang begitu banyak dimana cukup sulit dilakukan dengan metode analitik konvensional. Huebner, Kennet H And Thorton, Earl A [4] Walaupun metode elemen hingga telah sedemikian baik, namun muncul kembali permasalahan lain, yaitu seberapa akurat penyelesaian dengan metode ini. Untuk itu para ahli berupaya untuk mengembangkan algoritma analitik elemen-elemen dengan segala teknik dan formulasinya sehingga penyelesaian secara metode elemen hingga ini dapat lebih memuaskan. Hingga saat ini, penelitian untuk menemukan yang lebih baik terus dilakukan. Sukses metode elemen hingga sebagai desain yang praktis tergantung pada tersedianya efisiensi rata-rata dari hasil penyelesaian sistem dari persamaan simultan elastis dan melastis. Amriansyah Nasution [1] Keberadaan komputer sangat penting untuk menentukan keberhasilannya. Dengan peningkatan kapasitas penyimpanan data yang semakin baik, hardware, memori, harddisk, processor, dan sebagainya maka bisa diperhitungkan suatu struktur lepas pantai (off shore structure) dengan 10000 derajat kebebasan. Pada masa lalu keterbatasan ekonomi dan harga komputer yang sangat tinggi, menyebabkan metode elemen hingga kurang begitu populer. Tapi setelah harga komputer telah diterima secara ekonomis

---

<sup>1</sup> Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin Politeknik Negeri Ujung Pandang

disertai dengan kemampuannya yang luar biasa, maka penyelesaian dengan metode elemen hingga dapat dipakai dalam aplikasi industri. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dibuat suatu program sederhana untuk membantu menganalisis Perpindahan terbesar yang terjadi akibat pembebanan yang diterima oleh struktur. Salah satu program yang masih populer sampai sekarang ini adalah program fortran. Berdasarkan latar belakang di atas, maka beberapa masalah dapat dirumuskan yakni; Bagaimana membuat suatu perangkat program komputer dalam menghitung perpindahan yang dialami struktur akibat adanya gaya luar yang bekerja serta dapat mengetahui kekuatan struktur dengan menerapkan metode elemen hingga.

#### A. Konsep Dasar Elemen Hingga

Chandrakant S. Desai [2] Bila suatu kontinum dibagi-bagi menjadi beberapa bagian yang lebih kecil, maka bagian-bagian kecil ini dinamakan elemen-elemen hingga. Proses pembagian suatu kontinum menjadi elemen-elemen hingga ini dikenal sebagai proses diskretisasi (pembagian). Dinamakan elemen hingga karena ukuran elemen kecil ini berhingga dan umumnya memiliki bentuk geometri yang lebih sederhana dibandingkan dengan kontinumnya. Katili, Irwan [5] Dengan menggunakan metode elemen hingga kita dapat mengubah suatu masalah yang memiliki jumlah derajat kebebasan tidak berhingga menjadi suatu masalah yang memiliki jumlah derajat kebebasan tertentu sehingga proses pemecahannya akan lebih sederhana. Meskipun terapan asalnya ditujukan untuk masalah mekanika benda pejal, penggunaannya telah menyebarkan keberbagai disiplin ilmu lainnya yang menggunakan dasar matematis yang sama. Dalam beberapa hal metode ini merupakan metode komputer-oriented yang harus dilengkapi dengan program-program komputer digital yang tepat.

#### B. Penurunan Diskretisasi Persamaan

Secara umum, diskretisasi diturunkan dari formulasi persamaan energi pada keadaan statis dari sebuah benda padat yang dapat mengadakan deformasi secara elastis.

Dari prinsip Hamilton memberikan;

$$\delta \int_V (\alpha)^T \cdot (\epsilon) dv = \delta \int_u (f)^T \cdot (u) du + \delta \int_s (\theta)^T \cdot (s) ds \quad (1)$$

Dimana :

$U_i$  adalah komponen-komponen perpindahan suatu titik  $U_i(x,y)$

$F_i$  adalah komponen-komponen gaya pada volume elemen ( $dv$ )

$O_i$  adalah komponen-komponen gaya pada permukaan ( $ds$ ) yang dikenakan (syarat batas)

Bertitik tolak dari semua perpindahan secara kinetis yang diizinkan dari deformasi sistem, solusi nyata yang dihasilkan dapat diperoleh dari persamaan di atas. Tidak selamanya gaya pada permukaan atau pada volume yang dapat diturunkan dari suatu fungsi gaya. Untuk hal ini, prinsip resultan adalah merupakan kerja virtual.

Keadaan yang memungkinkan dan sesuai untuk suatu benda padat yang dapat mengadakan deformasi seperti dalam keadaan equilibrium adalah kerja dari pada gaya luar atau seperti kerja yang dapat memberikan deformasi untuk semua daerah perpindahan virtual kinematis yang diizinkan ( $\sigma u$ ). dari persamaan (1) dapat ditulis[4]:

$$\delta \int_V (\alpha)^t. (\delta \epsilon) dv = \delta \int_u (f)^t. (\delta u) du + \delta \int_s (\theta)^t. (\delta s) ds \quad (2)$$

Apabila diambil di bawah suatu daerah terbatas atau elemen hingga, besaran-besaran ini memberikan perhitungan pada setiap elemen dan tambahan-tambahannya. Kalau diambil sejumlah K elemen, maka persamaan (2) menjadi [4]

$$\sum_k \int_{V_k} \alpha_{ij}^{(k)}. \delta \epsilon_{ij}^{(k)} dv_k = \sum \int_{V_k} \rho f_i^{(k)}. \delta u_i^{(k)} dv_k + \sum \int_{V_k} \theta_i^{(k)}. \delta u_i^{(k)} ds_k \quad (3)$$

Dengan mengambil asumsi suatu fungsi perpindahan u kontinyu diganti oleh suatu vektor u yang merupakan pendekatan dari titik simpul kisi-kisi u.

Untuk setiap elemen  $V_k$  fungsi kontinyu  $U_i$  dapat diganti dengan fungsi interpolasinya dari  $u_i^{(k)}$  yang merupakan nilai interpolasi dalam suatu elemen yang hanya bergantung pada  $u_i$  titik simpul dari elemen tersebut dari hal dapat ditulis bahwa [4]:

$$(u^{(k)})=[N_k](q_k) \text{ dan } (\vartheta_u^{(k)})=[N_k](\vartheta q_k)$$

Dari defenisi deformasi memberikan:

$$\epsilon_y = \frac{1}{2}(U_{ij} + V_{ij})$$

$$\epsilon^k = (B_k). (q_k) \text{ atau } (\delta \epsilon^k = (B_k). (q_k))$$

Dari hukum sifat-sifat elastic memberikan [4]:

$$(\alpha^k) = [D](\epsilon^k) = [D][B](q_k)$$

Dengan mensubtitusikan hubungan ini ke dalam persamaan (2) menghasilkan:

$$[[K](q_k) - [f] - [\emptyset]](\delta q_k) = 0 \quad (4)$$

Dimana

$$[f] - [\emptyset] = [F]$$

Berdasarkan hubungan ini, keadaan equilibrium untuk sebuah benda padat yang mengalami deformasi diberikan oleh persamaan umum [4];

$$[K] (q)=[F] \quad (5)$$

Sehingga resolusi yang dikehendakan di sini adalah untuk menghitung vektor (q) dari perpindahan yang tdak di ketahui pada titik-titik sembarang dari suatu struktur statis.

### C. Struktur Pelat Dan Metode Elemen Hingga

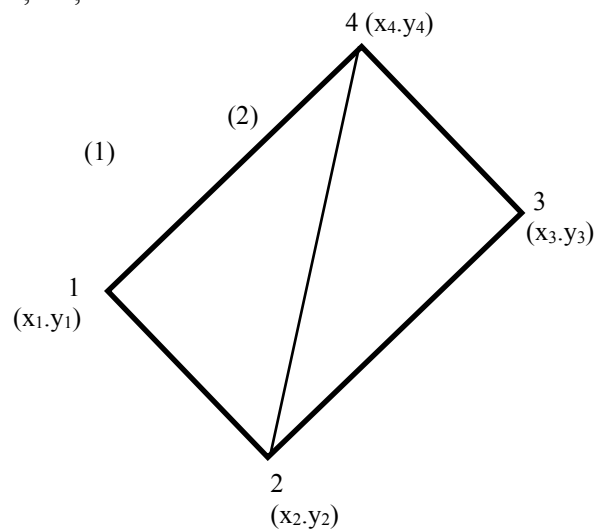
Hammada Abbas[3] Pelat merupakan suatu struktur solid tiga dimensi dengan tiga permukaan yang lurus, datar (tidak melengkung) dan tebalnya jauh lebih kecil dibandingkan dengan dimensinya yang lain. Struktur pelat bisa saja dimodelkan oleh elemen solid 3D tetapi elemen solid membutuhkan banyak derajat kebebasan dan elemen solid menghitung tegangan normal dan tegangan geser dalam arah tebal di mana hal ini diabaikan untuk pelat tipis. Selain itu elemen 3D yang tipis mengundang

masalah yang menimbulkan ill-condition karena koefisien kekakuan sehubungan dengan regangan arah tebal yaitu  $\epsilon_z$  adalah sangat besar dibandingkan koefisien yang lain. Geometri tepi suatu pelat dapat dibatasi oleh garis lurus atau garis lengkung.

#### D. Titik Nodal

kita pilih sekumpulan  $n$  titik, pada struktur, yang berguna untuk mendefinisikan geometri elemen. Titik-titik tersebut dinamakan nodal geometri, yang mungkin saja berimpit dengan nodal interpolasi. Kemudian kita gantikan struktur dengan sekumpulan elemen dengan bentuk relatif sederhana. Setiap elemen harus didefinisikan secara analitik dengan cara unik sebagai fungsi dari koordinat nodal geometri yang merupakan milik dari elemen-elemen tersebut (nodal geometri tersebut terletak di elemen dan perbatasannya) [5].

Pada gambar 1 di bawah ini, nodal 1,2,3,4 adalah nodal geometri setiap elemen didefinisikan oleh 3 buah nodal geometri yang terletak pada ujung-ujung sudutnya; misalnya elemen 1 didefinisikan oleh elemen triangurlar di mana ujung sudutnya adalah  $X_1, X_2, X_4$



Gambar 1. Struktur triagonal 2 Dimensi

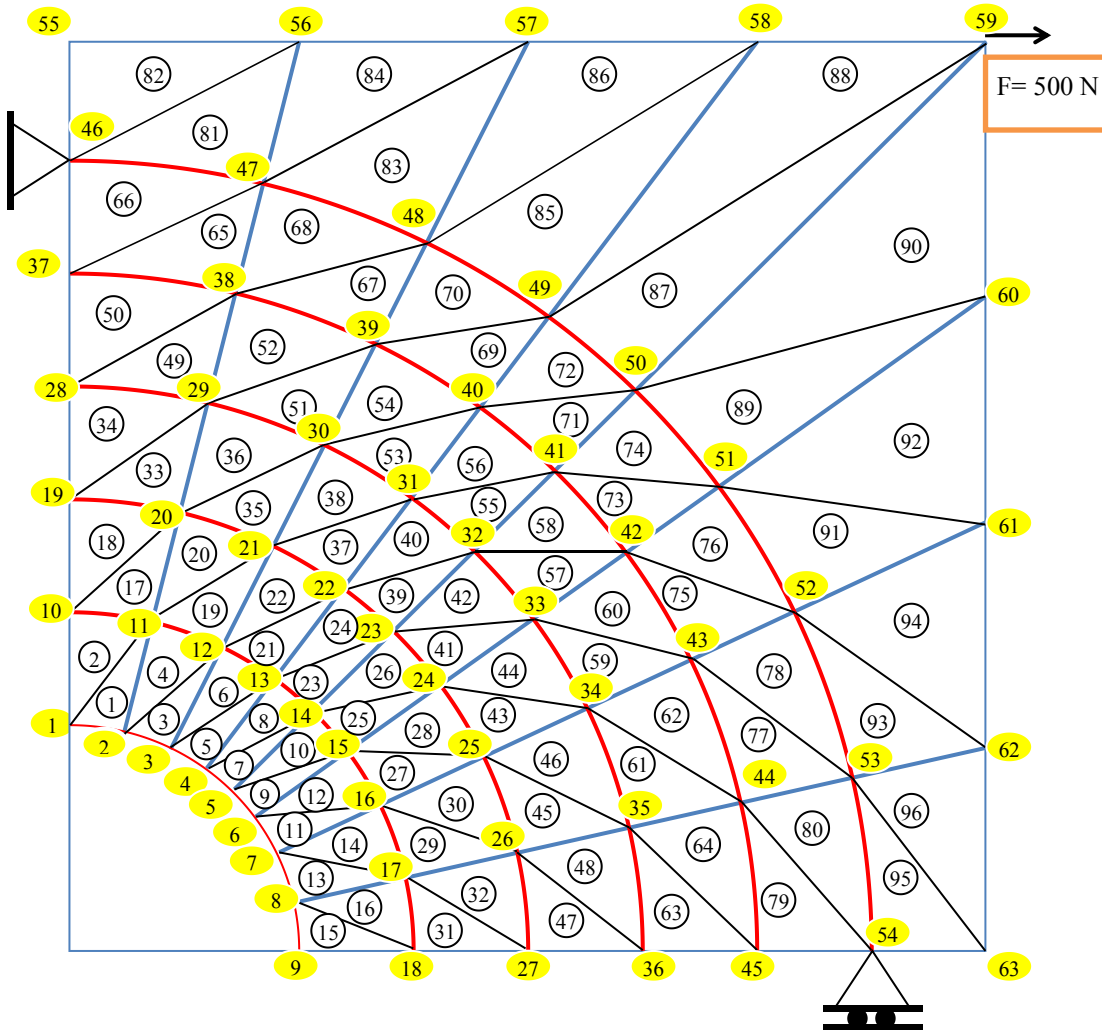
## II. METODOLOGI PENELITIAN

Analisis kekuatan bahan dua dimensi difokuskan pada :

1. Pelat bujur sangkar tipis dengan sebuah lubang bulat dititik tengahnya.
2. Pelat dibebani oleh beban tarik pada arah horizontal.
3. Analisis dilakukan pada seperempat bagian pelat.
4. Pelat dipartisi menjadi 96 elemen dengan 63 titik nodal.
5. Material yang digunakan adalah aluminium dengan parameter sebagai berikut:

Panjang (L) :250 cm  
 Diameter lubang :125 cm  
 Tebal pelat :0,5 cm  
 Modulus elastic material (E) : $7,0 \times 10^6$  N/cm<sup>2</sup>  
 Koefisien poisson (V) :0.34

6. Pelat dibebani oleh beban tarik F dalam arah X sebesar 500 N
7. Struktur bentuk bidang yang dianalisa adalah seperti gambar 2 :



Gambar 2. Pembagian continuum menjadi elemen-elemen yang lebih kecil

### a. Langkah Kerja Penggunaan Program Komputer

Program komputer yang digunakan berfungsi analitik statik dengan metode elemen hingga. Program-program ini menggunakan algoritma khusus yang hanya dapat diterapkan untuk suatu masalah tertentu saja seperti perpindahan, tegangan dan regangan yang dibuat dengan menggunakan diagram alir yang disesuaikan dalam bahasa FORTRAN serta terdiri dari modul-modul subprogram (subrutin) yang dapat dipanggil oleh program utama. Logika program ini memungkinkan kita memecahkan beberapa masalah dalam sekali proses (run), dan pada struktur yang diberikan dapat dikerjakan pada sejumlah sistem pembebanan[1].

### 1. Desain program komputer Metode Elemen Hingga 2 Dimensi

Paket program yang telah dibuat menggunakan visual fortran 6.0 paket ini kami namakan program Metode Elemen Hingga 2 Dimensi (MEH2D). Program ini terutama digunakan pada struktur bidang 2 dimensi untuk menghitung tegangan, regangan dan perpindahan yang terjadi akibat adanya gaya luar yang bekerja.

Data masuk dalam paket program ini adalah mencakup struktur elemen, syarat batas dan gaya yang bekerja [5]

#### a. Kelompok data struktur meliputi :

1. Parameter struktur yang mencakup jumlah elemen, jumlah titik nodal, modulus elastisitas, koefisien poisson, modulus geser, dan tebal pelat.
2. Informasi koordinat derajat kebebasan global meliputi nomor derajat kebebasan dan koordinat derajat kebebasan.
3. Informasi koordinat nodal yang meliputi nomor titik nodal koordinat arah x dan y.

#### b. Kelompok syarat batas meliputi jumlah derajat kebebasan yang diketahui, nomor derajat kebebasan yang diketahui serta nilai dari derajat kebebasan itu .

#### c. Kelompok data beban meliputi jenis, arah pembebasan dan besarnya pembebasan.

Desain program yang telah dibuat menggunakan subroutine (subprogram) yang dapat dipanggil oleh program utama.

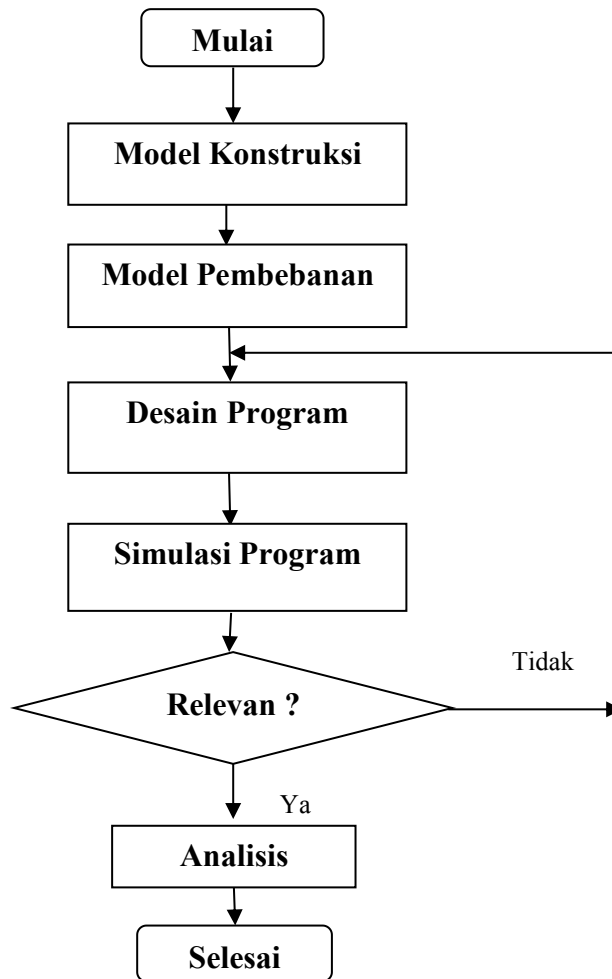
### 2. Eksekusi Program

Paket program yang telah dibuat dieksekusi dengan data masukan yang telah ditetapkan seperti di atas dalam sekali proses (run).

Output program menghasilkan 4 informasi sebagai berikut:

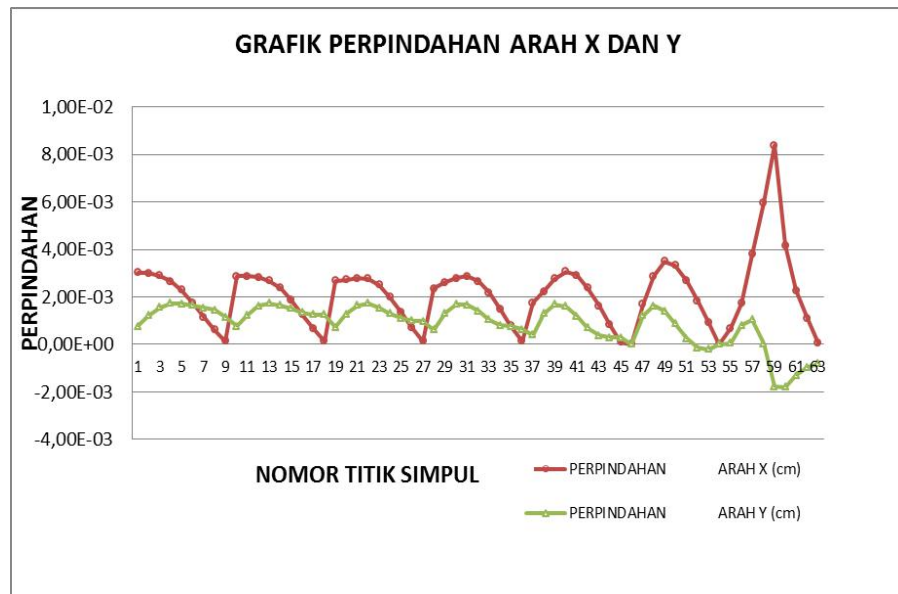
1. Koordinat titik simpul
2. Matriks penghubung
3. Matriks kekakuan elemen
4. Perpindahan tiap titik nodal

**b. Alur pikir penyelesaian masalah**



**III. HASIL DAN PEMBAHASAN**

Hasil yang didapatkan pada simulasi program bertujuan untuk mendapatkan besaran perpindahan yang diakibatkan gaya luar pada bahan pelat dua dimensi seperti pada tabel dan grafik lampiran 1-6. Input besaran-besaran yang dapat diketahui pada struktur yaitu tebal pelat 0.5 cm, elastisitas  $7 \times 10^6 \text{N/cm}^2$  angka poisson 0.33.



Gambar 3. Grafik Perpindahan Arah X dan Y

Hasil yang didapatkan pada simulasi program bertujuan untuk mendapatkan besaran-besaran perpindahan yang diakibatkan gaya luar pada bahan pelat dua dimensi seperti pada table dan grafik lampiran 1-6. Input besaran-besaran yang dapat diketahui pada struktur yaitu table pelat 0.5 cm, elastisitas  $7 \times 10^6 \text{N/cm}^2$  angka poisson 0.33.

#### 1. Perpindahan

Perpindahan maksimum terjadi pada titik simpul 59 arah x yaitu  $8.3927\text{E-}3$ . Hal ini disebabkan karena pada titik simpul ini merupakan titik simpul yang terdekat dari gaya yang bekerja. Hasil eksekusi juga memperlihatkan perpindahan pada setiap titik simpul harga terbesar pada arah x dan terkecil pada arah y. yang tidak terjadi perpindahan yaitu pada titik simpul 46 arah y dan 54 arah x. hal ini disebabkan karena pada titik simpul tersebut terdapat tumpuan rol.

Perpindahan maksimum terjadi pada titik simpul 59 arah X yaitu  $8.3927\text{E-}3$  dan arah Y yaitu  $-1.77 \text{E-}3$  Hal ini disebabkan karena pada titik simpul ini merupakan titik simpul yang terdekat dari gaya yang bekerja sehingga titik ini menerima bebanyang paling besar. Hasil eksekusi juga memperlihatkan perpindahan pada setiap titik simpul harga terbesar pada arah x dan terkecil pada arah y. yang tidak terjadi perpindahan yaitu pada titik simpul 46 arah y dan 54 arah x. hal ini disebabkan karena pada titik simpul tersebut terdapat tumpuan yang menahan beban dari arah X dan Y.

Pada aplikasi program yang telah dibuat dapat diinput karakteristik material yang bervariasi tanpa mempengaruhi bagian bagian yang lain. Dengan cara ini kita dapat langsung mendapatkan hasil dari perpindahan yang terjadi.



Posisi dan jumlah pembebanan juga dapat divariasikan tanpa menggunakan paket program dasar. Pada saat eksekusi program kita dapat memasukkan posisi masing-masing pembebanan.

Dengan cara yang sama posisi dan kondisi pengekang bisa diletakkan diman saja tergantung kondisi dan struktur yang kita rancangkan. Dengan mudah kita tinggal menginput pada program yang telah kita desain.

#### **IV. KESIMPULAN**

Dari hasil analisis dan pembahasan hasil program metode elemen hingga pada plat dua dimensi dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Program yang telah dibuat berhasil mendapatkan nilai-nilai dari perpindahan yang terjadi pada sumbu X dan Y.
2. Gaya luar sangat mempengaruhi perpindahan titik simpul. Perpindahan terbesar terjadi pada titik simpul tempat dimana gaya luar bekerja. Dan perpindahan terkecil berada pada titik simpul yang terjauh dan tegak lurus dari gaya luar bekerja.

#### **V. DAFTAR PUSTAKA**

Amriansyah Nasution, 1990, Fortran 77, Erlangga, Jakarta.

Chandrakant S. Desai, 1996, Dasar-dasar Metode Elemen Hingga, Edisi kedua, Erlangga Jakarta.

Hammada Abbas., 1994, Aplikasi Metode Elemen Hingga untuk Analisis Sifat-sifat Mekanis Struktur Bentuk Bidang dengan Bantuan Komputer, Lembaga Penelitian Unhas, Makassar.

Huebner, Kennet H And Thorton, Earl A., 1982, The Finith Element Method For Engineers", second edition, John Wiley & Sons, inc.

Katili, Irwan, 2004, Metode Elemen Hingga Untuk Pelat Lentur, Edisi Pertama, UI-Press, Jakarta.